

# Resúmenes de Conferencias

## Gaussian random permutation and the boson point process

Pablo A. FERRARI

Universidad de Buenos Aires

We construct an infinite volume spatial random permutation  $(\mathcal{X}, \sigma)$ , where  $\mathcal{X} \subset \mathbb{R}^d$  is a point process and  $\sigma : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{X}$  is a permutation (bijection), associated to the formal Hamiltonian

$$H(\mathcal{X}, \sigma) = \sum_{x \in \mathcal{X}} \|x - \sigma(x)\|^2.$$

The measures are parametrized by the density  $\rho$  of points and the temperature  $\alpha$ . Feynman (1953) related spatial random permutations with boson systems and proposed that Bose-Einstein condensation occurs for dimension  $d \geq 3$  and above a critical density  $\rho_c(\alpha)$ . Each finite cycle of  $\sigma$  induces a loop of points of  $\mathcal{X}$ . For  $\rho \leq \rho_c$  we define  $(\mathcal{X}, \sigma)$  as a Poisson processes of finite unrooted loops that we call Gaussian loop soup analogous to the Brownian loop soup of Lawner and Werner (2004). We also construct Gaussian random interlacements, a Poisson process of double-infinite trajectories of random walks with Gaussian increments analogous to the Brownian random interlacements of Sznitman (2007). For  $d \geq 3$  and  $\rho > \rho_c$  we define  $(\mathcal{X}, \sigma)$  as the superposition of independent realizations of the Gaussian loop soup at density  $\rho_c$  and the Gaussian random interlacements at density  $\rho - \rho_c$  and call it a Gaussian random permutation at density  $\rho$  and temperature  $\alpha$ . The resulting measure is Gibbs for the Hamiltonian  $H$ , the  $\mathcal{X}$  marginal has the same distribution as the boson point process introduced by Macchi (1975) in the subcritical case and by Tamura-Ito (2006) in the supercritical case. Bose-Einstein condensation occurs when the Gaussian random permutation exhibits infinite trajectories.

Joint work with Inés Armendáriz and Sergio A. Yuhjtman.

## Medidas de profundidad y sus aplicaciones

Marcela SVARC

Universidad de San Andrés – CONICET

Las medidas de profundidad son una herramienta muy importante en el análisis multivariado, que permiten dar un orden de los datos desde el centro hacia afuera. A partir de las mismas se pueden deducir diversas aplicaciones ya sea en técnicas descriptivas, en la estadística no paramétrica, así como también técnicas de aprendizaje supervisado y no supervisado, entre otras. En esta charla nos proponemos dar una introducción a las mismas mostrando su potencial así como también sus limitaciones y brindaremos ejemplos de aplicaciones de las mismas a diversos problemas.

## **¿Los resultados de las pruebas estandarizadas contribuyen a mejorar la educación estadística?**

Adriana D'AMELIO

Universidad Nacional de Cuyo

Un mundo en constante transformación plantea grandes desafíos a la educación. Las evaluaciones nacionales e internacionales a las que se someten los países proporcionan un robusto material que nos permite visualizar avances y desafíos pendientes, como las desigualdades educativas persistentes que debemos revertir. Tanto Aprender programa Nacional de evaluación de Argentina 2016-2017 como Pisa OCDE 2000-2018 miden los aprendizajes de los estudiantes. En las pruebas estandarizadas de Matemática el 25% o menos de los ítems corresponden a estadística. Los resultados desagregados en general no están disponibles en el área. Esto ayudaría a definir políticas de educación y capacitación en la disciplina para poder tomar decisiones a nivel jurisdiccional. En algunos países se ve reflejado la mejora de los resultados en las políticas aplicadas, en otros no. Es por ello que se pretende mostrar esta relación entre los resultados de las pruebas estandarizadas y las acciones para la mejora en la educación estadística.

## **Contribución estadística a Data Mining**

Ana Silvia HAEDO

Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Paraná

Se analizará el rol de la Estadística y los estadísticos en la era de Big Data. Estadística y Data Mining conducen al mismo objetivo, el de efectuar "modelos compactos" y comprensibles que expliquen las relaciones entre la descripción de una situación y un resultado relacionado con dicha descripción. Data Mining es un proceso de extracción de información de una gran base de datos, sin conocimiento previo, para obtener patrones y/o relaciones sistemáticas entre variables. Hasta ahora se empleaba la metodología estadística para extraer información útil. Hoy Data Mining recurre al poder de la tecnología informática para analizar gigantescas bases. Se trata de resolver problemas multidisciplinarios usando técnicas de Aprendizaje Automático Reconocimiento de Patrones, Estadística, Bases de Datos, Inteligencia Artificial y Visualización. Mencionaremos los métodos estadísticos que utiliza Data Mining así como los árboles de decisión y de regresión (classification and regression trees o "CART") y las redes neuronales. Señalaremos las diferencias entre Estadística y Data Mining.

## **Behavioral signal processing: Caracterización del comportamiento animal a través de grabaciones multimedia**

Ana Georgina FLESIA

Universidad Nacional de Córdoba – CONICET

En el área de neurociencia, muchas caracterizaciones de comportamiento están fundadas en descripciones de actividad locomotora y comportamiento exploratorio. Biólogos, veterinarios, ecólogos y neuro-científicos en general definen nociones de miedo, ansiedad, motivación y otros antropomorfismos estimando el lapso de tiempo en el que un animal

se mueve o no se mueve dado un conjunto de circunstancias. El uso de tecnología digital para estudiar en forma no invasiva comportamiento en laboratorio y en su habitat natural ha posibilitado un estudio exhaustivo de estas caracterizaciones con técnicas derivadas del procesamiento de señales. En esta charla nos enfocaremos en análisis de tiempo frecuencia de series de locomoción que permiten identificar ciclos en comportamiento, y determinar su sincronización entre animales, mediante medidas de comovimiento, cohesión y coherencia en el espacio de tiempo frecuencia. Usaremos series de locomoción de codornices filmadas en laboratorio para mostrar evidencia de comportamiento de tipo bullying en espacios pequeños mediante sincronización.

## **Statistical information theory and geometry for image analysis**

Alejandro FRERY

Universidad Federal de Alagoas - Brasil

Statistics has a prominent role in image processing and analysis. SAR (Synthetic Aperture Radar) data cannot be described by the usual additive Gaussian noise model. Rather than that, a multiplicative signal-dependent model adequately explains the observations. After summarizing the main distributions for both the univariate and multivariate image formats, we present eight seemingly different problems, and how they can be formulated and solved in an unified manner from a statistical viewpoint using Information Theory and Information Geometry.

# Comunicaciones de Álgebra y Geometría

## Problema variacional de Griffiths para gravedad métrico-afín

Santiago Capriotti<sup>1</sup>, Narciso Román-Roy<sup>2</sup>, Jordi Gaset<sup>2</sup>, Leandro Salomone<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidad Nacional del Sur - <sup>2</sup>Universitat Politècnica de Catalunya - <sup>3</sup>Universidad Nacional de La Plata

La Relatividad General es la teoría física que relaciona la distribución de materia en el espacio-tiempo y su geometría. Como tal, un lenguaje adecuado para su descripción es la geometría diferencial. En su primera formulación, desarrollada por Einstein [1] y Hilbert [4], el grado de libertad geométrico fundamental era la métrica del espacio-tiempo. En 1919, Palatini [6, 2] propuso una modificación en la formulación de la Relatividad General en la cual los grados de libertad de la teoría eran bases locales ortogonales para el espacio tangente al espacio-tiempo, en lugar de la métrica. Desde un punto de vista similar, la gravedad métrico-afín [5] es una descripción de gravedad como teoría de campos, cuyos grados de libertad son una base del espacio tangente a la variedad de espacio-tiempo junto a una conexión principal sobre el fibrado de bases. Una de las características salientes de este tipo de formulación es la posibilidad de introducir la relación entre métrica y conexión como un vínculo adicional.

Una manera matemática de considerar problemas variacionales con vínculos fue propuesta por Griffiths [3]. Desde esta perspectiva, un problema variacional sobre secciones de un determinado fibrado está determinado por un par de datos: Una forma lagrangiana, que determina la funcional a extremar, y un conjunto de restricciones, codificado geoméricamente como un ideal en el álgebra exterior sobre el espacio total del fibrado.

En la presente comunicación se describirá una formulación para la versión métrico-afín de la RG en términos de un problema variacional de Griffiths.

### REFERENCIAS

- [1] Albert Einstein. *The Collected Papers of Albert Einstein, Volume 6: The Berlin Years: Writings, 1914-1917*. Princeton University Press, 1997.
- [2] M. Ferraris, M. Francaviglia, and C. Reina. Variational formulation of general relativity from 1915 to 1925 “Palatini’s method” discovered by Einstein in 1925. *General Relativity and Gravitation*, 14(3):243–254, Mar 1982.
- [3] Phillip Griffiths. *Exterior Differential Systems and the Calculus of Variations*. Progress in Mathematics. Birkhauser, 1982.
- [4] D. Hilbert. Die grundlagen der physik. (zweite mitteilung). *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1917:53–76, 1917.
- [5] Friedrich W. Hehl; G. David Kerlick. Metric-affine variational principles in general relativity. i. riemannian space-time. *General Relativity and Gravitation*, 9, 1978.
- [6] Attilio Palatini. Deduzione invariante delle equazioni gravitazionali dal principio di hamilton. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo (1884-1940)*, 43(1):203–212, Dec 1919.

## Modelos de variedades semi-riemannianas con curvatura variable

Mariana Cisneros - Daniela Emmanuele

Proy ING 607 - Dpto de Matemática - Fac de Cs Exactas, Ingeniería y Agrimensura -  
Universidad Nacional de Rosario

Las variedades semi-riemannianas ([1]) proveen una base muy general para la mecánica y la dinámica, y en particular, permiten modelizar un espacio-tiempo, esto es, una variedad semi-riemanniana conexa de dimensión  $n$ , orientable temporalmente, munida de una métrica de signatura  $(1, n - 1)$ .

En general, la métrica dada a la variedad semi-riemanniana interviene en la propiedad de completitud de las geodésicas, así como en el tipo de curvatura que resulte para dicha variedad ([2]). En el caso de un espacio tiempo, dado el *carácter causal* de las geodésicas, podemos distinguir entre completitud luminosa, espacial o temporal, según el tipo de geodésicas que sean completas. También, la curvatura resultante, debe satisfacer ciertas propiedades, como por ejemplo, el hecho de ser proporcional a la densidad de masa y energía.

En esta comunicación, analizaremos cómo a partir de distintas métricas que hemos propuesto para el hiperboloide  $H_1^2 = \{(x_1, x_2, t) \in \mathbb{R}^3 : t^2 - x_1^2 - x_2^2 = 1; t > 0\}$ , se han conseguido dos modelos de variedades: en el primer caso, una variedad semi-riemanniana conforme al espacio euclidiano; y en el otro, una variedad semi-riemanniana conforme al espacio de Minkowski. Describiremos entonces sus geodésicas, mostraremos que la curvatura en ambos casos es variable y analizaremos en qué medida el segundo modelo resulta un modelo de espacio-tiempo factible.

### REFERENCIAS

- [1] O'Neill, B.; *Semi-riemannian Geometry*, Academic Press Inc, New York, 1983.  
[2] Schutz, B.; *A First Course in General Relativity*. Cambridge University Press. Cambridge, 1985.

## Simetrías y órbitas periódicas en sistemas híbridos routhianos simples

María Emma Eyrea Irazú<sup>1</sup> - Leonardo Jesús Colombo<sup>2</sup>

<sup>1</sup> CONICET, CMaLP, Departamento de Matemática, UNLP – <sup>2</sup> Instituto de Ciencias Matemáticas, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid, España

Las simetrías son utilizadas en un amplio rango de sistemas no lineales para extraer información de los aspectos cualitativos del sistema, en particular, sistemas cuya dinámica está determinada por funciones lagrangianas o hamiltonianas. Para sistemas híbridos que poseen dinámica continua determinada por una función lagrangiana, y también poseen una variable cíclica, los grados de libertad para el correspondiente sistema lagrangiano híbrido pueden reducirse por el llamado método *reducción de Routh híbrida*.

En ésta charla, expondremos condiciones suficientes para la existencia de órbitas periódicas en sistemas híbridos que provienen de la reducción de Routh híbrida y que además exhiben simetrías tiempo-reversible. Exploraremos algunos aspectos de estabilidad de éstas órbitas mediante la caracterización los autovalores de la matriz Jacobiana asociada a la correspondiente aplicación de Poincaré. Aplicaremos también los resultados para encontrar soluciones periódicas en sistemas de control híbridos Routhianos infractuados.

## Una aplicación de la geometría co-simpléctica a problemas de ingeniería

E. García-Toraño Andrés<sup>1</sup>- L. Colombo<sup>2</sup>- M. E. Eyrea Irazu<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Argentina – <sup>2</sup> Instituto de Ciencias Matemáticas (CSIC-UAM-UCM-UC3M), España – <sup>3</sup> Departamento de Matemática, Universidad Nacional de La Plata, Argentina

Un sistema híbrido es un sistema dinámico que presenta un comportamiento continuo y discreto. Los sistemas híbridos son de gran interés para la ingeniería pues modelan, entre otros muchos, los robots caminantes. En esta charla vamos a recordar algunos resultados sobre reducción de sistemas híbridos, y discutir como pueden verse como casos particulares del teorema de reducción co-simpléctica en su “versión híbrida”.

### REFERENCIAS

- [1] Claude Albert. Le théorème de réduction de Marsden-Weinstein en géométrie cosymplectique et de contact. *J. Geom. Phys.*, 6(4):627–649, 1989.
- [2] Aaron D Ames and Shankar Sastry. Hybrid Routhian reduction of Lagrangian hybrid systems. In *American Control Conference*, pages 6–pp. IEEE, 2006.

## Extensiones triviales de $k$ -álgebras de dimensión finita

María Valeria Hernández<sup>1</sup> - María Andrea Gatica<sup>1,2</sup> - Lucrecia Román<sup>2</sup> - Melina Verdecchia<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa

<sup>2</sup> Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

Sea  $A$  un álgebra de dimensión finita sobre un cuerpo  $k$  algebraicamente cerrado. Supondremos  $A$  básica e indescomponible, es decir,  $A = kQ/I$  donde  $Q$  es un carcaj finito y conexo e  $I$  es un ideal admisible. La extensión trivial  $T(A) = A \times D(A)$  de  $A$  por  $D(A)$  es el álgebra cuyo  $k$ -espacio vectorial subyacente es  $A \times D(A)$ , con el producto dado por

$$(a, f)(b, g) = (ab, ag + fb) \text{ para } a, b \in A \text{ } f, g \in D(A).$$

En esta comunicación describiremos las relaciones de la extensión trivial de una  $k$ -álgebra arbitraria de dimensión finita usando métodos diagramáticos. Esta descripción generaliza las realizadas por Fernández y Platzeck [FP], para  $k$ -álgebras de dimensión finita sin ciclos no nulos, y por Gatica, Hernández y Platzeck [GHP], para  $k$ -álgebras monomiales.

### REFERENCIAS

- [FP] E. A. Fernández, M. I. Platzeck. Presentations of trivial extensions of finite dimensional algebras and a theorem of Sheila Brenner. *J. Algebra* 249 (2002), no. 2, 326-344.
- [GHP] M. A. Gatica, M. V. Hernández y M. I. Platzeck. Trivial extensions of monomial algebras. Applications to gentle algebras and Brauer graph algebras. Enviado a *Algebras and Representation Theory* para su publicación.

## **Espectro del Laplaciano en 3-esferas homogéneas**

Emilio Lauret

INMABB, CONICET - Departamento de Matemática  
Universidad Nacional del Sur

El espectro del operador de Laplace-Beltrami en una variedad Riemanniana cerrada es un objeto muy importante en el análisis geométrico. Ha sido muy estudiada su relación con la geometría y la topología de la variedad. En particular, el autovalor positivo más pequeño de este operador, conocido como el tono fundamental, guarda una estrecha relación con la curvatura. Excepto para casos muy especiales (e.g. esferas redondas, toros planos, variedades de Heisenberg), no existen descripciones explícitas del espectro, e incluso tampoco del primer autovalor no nulo. Una variedad Riemanniana se dice homogénea si su grupo de isometrías actúa transitivamente. Milnor en 1975 clasificó todas las métricas homogéneas en la esfera tridimensional en términos de tres parámetros. En esta charla daremos una expresión explícita del primer autovalor del Laplaciano en cualquier 3-esfera homogénea dada en términos de los mencionados parámetros. Veremos también algunas consecuencias de tal expresión, como una prueba alternativa de la no existencia de 3-esferas homogéneas isospectrales no isométricas.

## **Un integrador geométrico para control óptimo en $SE(3)$**

Guadalupe Quijón - Sebastián Ferraro

Universidad Nacional del Sur, Dpto. de Matemática y CONICET

Dado un sistema mecánico consistente en un cuerpo rígido cuyo espacio de configuración es el grupo euclídeo especial, presentaremos un método discreto de resolución de problemas de control óptimo con condiciones de borde.

El enfoque discreto que utilizaremos será la reducción por simetrías del propuesto en [Colombo, Ferraro and Martín de Diego (J Nonlinear Sci 26(6), 2016)]. Esta reducción puede verse en términos de grupoides de Lie. Las ecuaciones de movimiento discretas reducidas resultan ser ecuaciones de Euler–Poincaré discretas acopladas con ecuaciones de Euler–Lagrange discretas.

Mostraremos finalmente resultados de simulaciones numéricas de este sistema.

# Comunicaciones de Análisis

## Desigualdades mixtas con pesos para operadores fraccionarios multilineales

María Belén Picardi  
 Universidad Nacional del Sur  
 belen.picardi@uns.edu.ar

En este trabajo estudiamos desigualdades mixtas con pesos para operadores fraccionarios multilineales, extendiendo de esta manera resultados en [1].

Probamos que, bajo ciertas condiciones en los pesos, para  $0 \leq \alpha < mn$ , si  $q = \frac{n}{mn-\alpha}$ ,  $\vec{u}^{mq} = (u_1^{mq}, \dots, u_m^{mq})$  y  $v = \prod_{i=1}^m u_i^q$ , existe una constante  $C$  tal que

$$\left\| \frac{\mathcal{M}_\alpha(\vec{f})}{v} \right\|_{L^{q,\infty}(v^{vq})} \leq C \prod_{i=1}^m \|f_i\|_{L^1(u_i)},$$

donde  $\mathcal{M}_\alpha(\vec{f})$  es el operador maximal fraccionario  $\mathcal{M}_\alpha$  introducido por Moen en [3], definido como

$$\mathcal{M}_\alpha \vec{f}(x) = \sup_{x \in Q} \prod_{i=1}^m \left( \frac{1}{|Q|^{1-\frac{\alpha}{m}}} \int_Q |f_i(y_i)| dy_i \right).$$

Para probarlo, utilizamos resultados obtenidos en [2] y versiones multilineales de resultados en [1].

Además, por argumentos de extrapolación, podemos extender nuestro resultado a la integral fraccionaria multilineal  $\mathcal{I}_\alpha$ , definida por

$$\mathcal{I}_\alpha \vec{f}(x) = \int_{(\mathbb{R}^n)^m} \frac{f_1(y_1) \dots f_m(y_m) d\vec{y}}{(|x-y_1| + \dots + |x-y_m|)^{mn-\alpha}}.$$

### REFERENCIAS

- [1] F. Berra, M. Carena y G. Pradolini, *Mixed weak estimates of Sawyer type for fractional integrals and some related operators*, arXiv:1712.08186 (2017).
- [2] K. Li, S. Ombrosi y B. Picardi, *Weighted mixed weak-type inequalities for multilinear operators*, *Studia Math.* 244 (2) (2019), 203-215.
- [3] K. Moen, *Weighted inequalities for multilinear fractional integral operators*, *Collect. Math.* 60, 2 (2009), 213-238.



## Acotaciones con pesos para los conmutadores de integrales singulares y operadores de tipo fraccionario

Gladis Pradolini<sup>1</sup> - Jorgelina Recchi<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dpto. de Matemática, Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral

– <sup>2</sup> Dpto. de Matemática, Universidad Nacional del Sur

Daremos condiciones sobre los pesos para que el conmutador de integrales singulares y de operadores de tipo fraccionario satisfagan desigualdades de la forma

$$\|T_{\alpha,b}^m f\|_{L_w(\delta)} \leq C \|b\|_{\Lambda(\delta)}^m \|f/w\|_{L^r},$$

donde el símbolo  $b$  pertenece a una clase Lipschitz y el espacio  $L_w(\delta)$  es una generalización de espacios clásicos conocidos tales como espacios  $BMO$  y espacios Lipschitz integrales.

## Estimaciones con pesos $A_1$ matriciales

Israel P. Rivera-Ríos

Departamento de Matemática (UNS) - INMABB

Entre las distintas extensiones que pueden considerarse de la teoría clásica de pesos, las extensiones vectoriales han llamado la atención de importantes autores en los últimos años. Pese a que se conocen resultados análogos a la dominación sparse, aún están abiertos problemas interesantes como la dependencia lineal en  $A_2$  de los operadores de Calderón-Zygmund en este contexto.

En la presente charla presentaremos estimaciones cuantitativas de tipo fuerte con pesos en  $A_1$ , para los cuales se recuperan las dependencias escalares así como estimaciones en el extremo, que son las primeras estimaciones de esta clase obtenidas en la teoría.

Los resultados presentados en esta charla provienen de trabajos conjuntos en desarrollo con D. Cruz-Uribe, K. Moen, J. Isralowitz y S. Pott.

# Comunicaciones de Probabilidad y Estadística

## **Kernel methods application to compare different rate distribution in generalized Markov fluids**

José Bavio and Beatriz Marrón

Departamento de Matemática  
Universidad Nacional del Sur

jmbavio@yahoo.com.ar - beatriz.marron@uns.edu.ar

Computer networks as internet are widespread around almost every technological development. Networks architectures and designs requires good estimation of traffic moving along the network in time, in order to share and assign resources in an optimal way.

Traffic sources can be modeled with generalized Markov fluids (GMF), which is very versatile and has good properties. With GMF, channel occupation or resource requires can be estimated by the calculation of effective bandwidth (EB).

Previous work on EB estimation using traffic traces, required a deep knowledge about modulating chain and strong assumptions on the support of some relevant distributions within GMF definition. This restrictions can be solved by applying kernel methods and reconstruction of the modulating chain is possible with very little prior knowledge and broad assumptions.

In this work, we compare EB estimations using kernel methods when the distribution associated to each state of chain is both, exponential and normal, and we also compare the goodness of infinitesimal generator reconstruction in each case.

## **Estimación en presencia de parámetros incidentales vía máxima L<sub>q</sub>-verosimilitud**

Patricia Giménez<sup>1</sup> - Lucas Guarracino<sup>1</sup> - Manuel Galea<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Centro Marplatense de Investigaciones Matemáticas (CEMIM), Universidad Nacional de Mar del Plata – <sup>2</sup> Departamento de Estadística, Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile  
pcgimene@mdp.edu.ar

Los estimadores de máxima verosimilitud (EMV) de los parámetros estructurales de un modelo en presencia de parámetros incidentales, esto es, cuando el número de parámetros desconocidos crece con el tamaño muestral, resultan en general inconsistentes. Por otra parte, son altamente sensibles ante contaminación de los datos y/o violación de los supuestos del modelo. En este trabajo consideramos un procedimiento de estimación robusto para los parámetros estructurales basado en una extensión del enfoque de máxima L<sub>q</sub>-verosimilitud propuesto por Ferrari y Yang [Ann. Statist. 38 (2010), 753-783]. La metodología está relacionada con la minimización de una versión empírica de la entropía de Tsallis o *q*-entropía, dependiendo de una constante real *q*. El procedimiento propone reemplazar los parámetros incidentales en la L<sub>q</sub>-verosimilitud por estimadores que dependen de los parámetros estructurales y requiere de una transformación apropiada para obtener un estimador consistente de los parámetros de interés. El estimador propuesto, denominado de máxima L<sub>q</sub>-verosimilitud

(EML $q$ V) se adapta de acuerdo a la discrepancia entre los datos y el modelo asumido a través del valor de  $q$ , que, para  $0 < q < 1$ , controla el balance entre eficiencia y robustez. El EMV es recuperado como caso particular cuando  $q = 1$ . El procedimiento de estimación puede ser formulado en términos de una versión ponderada de la función score, donde los pesos son proporcionales a la potencia  $(1 - q)$ -ésima de la densidad asumida como modelo. Como consecuencia se dispone de un algoritmo simple basado en una estrategia de reponderación para calcular los estimadores. Consistencia y normalidad asintótica de los EML $q$ V de los parámetros estructurales, puede ser probada bajo condiciones de regularidad apropiadas, que tienen en cuenta el contexto de observaciones independientes pero no idénticamente distribuidas y el comportamiento asintótico asumido para la sucesión de parámetros incidentales. Los resultados son ilustrados y aplicados al problema de estimación en un modelo funcional lineal con errores en las variables.

## **Propiedades probabilísticas del gráfico $T^2$ con componentes principales frente a datos faltantes**

J.I. Fernández<sup>1,2</sup> - J.A. Pagura<sup>1</sup> - M.B. Quaglino<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas de la Escuela de Estadística, Facultad de Cs. Económicas y Estadística, Universidad Nacional de Rosario – <sup>2</sup>CONICET  
juliai.fernandezt@gmail.com

El control estadístico de procesos es una de las estrategias más difundidas en el contexto de programas de mantenimiento y mejora de calidad tanto para procesos industriales como de servicios. Su objetivo es monitorear si el estado de un proceso a lo largo del tiempo se mantiene bajo control estadístico, es decir, si la variabilidad de las variables de calidad de interés se debe solamente a causas comunes de variación o responden a algún patrón inusual que indica la posible influencia de alguna causa especial que deba ser identificada y corregida. Cuando el concepto de calidad de un producto depende de un conjunto de variables, deben implementarse estrategias de control multivariado de procesos (MSPC). Una propuesta plantea usar Análisis de Componentes Principales (PCA) y basar el control en un número de variables menor al original que retenga información relevante, construyendo a partir de ellas el gráfico  $T^2$  de Hotelling utilizando los scores de PCA. Para implementar el monitoreo con estas estrategias es necesario contar con mediciones del conjunto completo de variables, sin embargo, en el contexto de MSPC es común encontrar datos faltantes debido a diferentes causas como errores de medición, fallas en sensores, formularios incompletos, etc. Arteaga, F. y Ferrer, A. (2002) proponen y analizan un conjunto de métodos para estimar scores de nuevas observaciones cuando hay datos faltantes utilizando un modelo PCA conocido, y han encontrado que el método de estimación denominado Known Data Regression (KDR) produce estimadores con errores cuadráticos medios (ECM) pequeños y mantiene la ortogonalidad entre las componentes principales.

Arteaga (2003) analiza la distribución condicional de los estimadores de los scores cuando son conocidos los valores observados en el caso de distribución normal de las variables originales, encontrando que esta es también normal multivariada. Sin embargo, es usual que para la construcción de la estadística  $T^2$  en el control de procesos no se utilicen los parámetros de esta distribución sino la matriz de covariancias de los scores en base a los datos completos. En este trabajo se estudian los efectos de este procedimiento sobre las propiedades probabilísticas del gráfico de control por simulación.

Los escenarios consideran dos matrices de correlación (generadas por el Método de Proyecciones Alternativas de Waller, N.G. 2017). A partir de éstas se construyen dos modelos PCA centrados reteniendo las componentes que explican al menos el 80% de la variabilidad. Se generan observaciones normales multivariadas con vector de medias  $\mu = \mathbf{0}$  y se provocan faltantes según dos esquemas de pérdidas: completamente al azar y al azar en las variables más influyentes en la primera componente principal. Los porcentajes de pérdidas considerados son: 5, 10, 15 y 20%. Para reproducir situaciones fuera de control se producen corrimientos constantes en el vector de medias:  $\mu = \mathbf{0} + \Delta$ , con valores de  $\Delta$  entre  $\mathbf{0,01}$  y  $\mathbf{1}$ .

En cada uno de los escenarios propuestos se generan 10000 observaciones. Los scores de los valores faltantes se estiman con el método KDR y con ellos se calcula el estadístico  $T^2$ . Se realiza una prueba de bondad de ajuste para evaluar si la distribución puede ajustarse a una  $\chi^2$  y se obtienen los ARL (Average Run Length) estimados y sus ECM en situaciones bajo y fuera de control.

En la mayoría de los casos, se encuentra que el estadístico  $T^2$  calculado con scores estimados usando el método KDR no tiene distribución  $\chi^2$ . Las curvas de ARL estimado son más parecidas a las curvas de ARL calculadas sin datos faltantes cuando la pérdida se produce en las variables influyentes sobre la primera componente principal, y las aproximaciones empeoran a medida que aumenta el porcentaje de valores faltantes haciendo necesario proponer alternativas para la construcción de la estadística de prueba.

## **Un teorema de convergencia para modelos exponenciales con dispersión bivariados**

Lila Ricci<sup>1</sup> - Gabriela Boggio<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro Marplatense de Investigaciones Matemáticas, Universidad Nacional de Mar del Plata; <sup>2</sup>Escuela de Estadística, Universidad Nacional de Rosario

Los Modelos Exponenciales con Dispersión Multivariados (*MEDMs*) fueron definidos en 2013 por Jørgensen y Martínez. Un caso particular de *MEDM* es el modelo gamma bivariado; probaremos que, bajo ciertas condiciones, el mismo es una distribución límite para *MEDM* generados por medidas de variación regular bivariadas, extendiendo así un resultado previo dado por los autores recién mencionados para el caso univariado. Como herramientas necesarias para la demostración, usaremos funciones y medidas de variación regular bivariada; también se usarán teoremas los Tauberianos de Karamata y una versión particular de la representación de Karamata de funciones bivariadas de variación lenta.

## Formulación de los modelos logísticos de la teoría de respuesta al ítem desde el enfoque de los modelos lineales generalizados

Janina Micaela Roldan<sup>1</sup> - María Cristina Martín<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa

<sup>2</sup>Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

En diferentes áreas de investigación se trabaja con conjuntos de datos que están relacionados con variables no observables en forma directa. Los modelos estadísticos que relacionan las variables observables (manifiestas) y las no observables (latentes) se denominan, en su conjunto, *Modelos de Variables Latentes* (MVL). Existen varias clases de MVL, en particular, los que trabajan con variables manifiestas de tipo categóricas y variables latentes de tipo continuas, son denominados *Modelos de Rasgos Latentes* (MRL) (ver, por ejemplo, Bartholomew & Knott, 1980).

Los MRL se enmarcan dentro de dos grandes teorías, la *Teoría Clásica de los Test* (TCT) (Lord y Novick, 1968) y la *Teoría de Respuesta al Ítem* (TRI) (Lord, 1980). La TRI surgió como alternativa a la TCT, siendo la teoría que domina en la actualidad. Los modelos desarrollados en el contexto de ambas teorías se utilizan para el análisis de datos de variables indicadoras (manifiestas) obtenidas en procesos de evaluación (cuestionarios) donde lo que se pretende medir es subyacente a estos indicadores y, en consecuencia, es una variable latente (Bazán et al., 2010). Por ejemplo, cuando la variable respuesta es de tipo binaria y se pretende medir una única variable latente se trabaja con los modelos TRI binarios unidimensionales, los cuales admiten diversas formulaciones, de acuerdo a la función matemática que se adopte para modelar la probabilidad de respuesta correcta. Más específicamente, al utilizar la conocida función de enlace *logit*, los modelos se llaman *Modelos Logísticos de  $x$ -parámetros*, con  $x = 1, 2, 3$ .

Numerosas investigaciones han sido realizadas en relación a los fundamentos y aplicaciones de la TRI, sin embargo, no se han encontrado, en la literatura, demasiados trabajos vinculados al tratamiento matemático-estadístico de los modelos TRI, y en particular, de los modelos TRI binarios unidimensionales. Atendiendo a esta falencia, en este trabajo se desarrollan las bases matemático estadísticas en las que se fundamentan los modelos TRI binarios unidimensionales y especialmente los *Modelos logísticos de 1 y 2 parámetros*, brindando la formulación de estos modelos a partir de la teoría de los *Modelos Lineales Generalizados*.

### REFERENCIAS

- [1] Bartholomew, D.J. & Knott, M. (1980): *Latent Variables Models and Factor Analysis*. Kendalls Library of Statistics.
- [2] Bazán, J. Valdivieso, L. Calderón, A. (2010): *Enfoque Bayesiano en Modelos de Teoría de Respuesta al Ítem*. Universidad Católica de Perú, Lima, Perú.
- [3] Lord, F. M., y Novick, M. R. (1968): *Statistical theories of mental test scores*. New York: Addison-Wesley.
- [4] Lord, F.M. (1980): *Applications of item response theory to practical testing problems*. Hillsdale: Erlbaum Associates.

## La regresión logística para la estimación de la probabilidad de egreso de los estudiantes de ingeniería de la UNVES

Mario Damián Vázquez

Dirección de Investigación. Universidad Nacional de Villarrica del Espíritu Santo -  
Paraguay  
vazquez.mario@unves.edu.py

El objetivo del trabajo de investigación es estimar la probabilidad de egreso los estudiantes de ingeniería en la Universidad Nacional de Villarrica del Espíritu Santo UNVES. Analizando la base de datos de la UNVES y al aplicar la Regresión Logística para respuesta binaria con la técnica Stepwise se seleccionan las variables que componen el modelo final. Para la interpretación del modelo, se analizan los cocientes de ventaja (Odds Ratio), dada por la expresión  $OR = e^{\beta_k}$ , en términos probabilísticos, refleja el cambio marginal de pasar de la categoría de referencia a otra categoría de esta variable. Si la  $OR$  resulta inferior a la unidad, se calcula su inversa  $OR^{-1}$  para una mejor interpretación, siendo ahora la ventaja a favor de la categoría de referencia. Clasificando a los estudiantes con probabilidad de terminar la carrera de ingeniería mayor a 0,21 como egresados, se obtienen los índices para medir la bondad de ajuste del modelo final estimado por Regresión Logística, siendo el valor 0,73 del área bajo la curva ROC, la Precisión igual a 72,54 %, la Especificidad igual a 72,52 % y la Sensibilidad igual a 72,57 %, por lo que la capacidad predictiva del modelo matemático propuesto es aceptable, todo esto permite considerar que el modelo tiene capacidad de discriminación aceptable. Se concluye que hay evidencias estadísticas significativas para afirmar que la cantidad de materias aprobadas en el primer curso, el sexo, el estado civil y el tipo de ingeniería en que se matricula estiman la probabilidad de terminar la carrera en la UNVES.

## Ajuste de las estancias hospitalarias inadecuadas mediante un Modelo Lineal Generalizado Mixto

Alicia Quintana<sup>1</sup> Fernanda Villarreal<sup>1</sup> María Virginia Pisani<sup>1</sup> María Eugenia Elorza<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

<sup>2</sup> Instituto de Investigaciones Económicas y Sociales del Sur (CONICET-UNS)

<sup>3</sup> Departamento de Economía, Universidad Nacional del Sur

La estancia hospitalaria es el insumo con mayor porcentaje en los costos totales de los egresos hospitalarios. En particular, las estancias hospitalarias inadecuadas son una ineficiente asignación de recursos. Se considera que una internación es inadecuada cuando se verifica que el paciente permanece al menos una noche más por alguna causa no médica. Como consecuencia, reducir y/o eliminar las hospitalizaciones inadecuadas constituye una estrategia de interés para mejorar la calidad de la atención prestada y la eficiencia hospitalaria, sin afectar su accesibilidad. Para ello es fundamental identificar factores asociados a la presencia de estancias hospitalarias inadecuadas, y ponderar su relevancia. La literatura especializada en Estadística Multivariada cuenta con herramientas como el Análisis de Regresión.

Numerosos estudios han modelado el tiempo de estancia. No obstante, no muchos en nuestro país han modelado el tiempo de estancia inadecuado. Se trata de una variable que

se caracteriza por presentar una distribución de probabilidad con una acentuada asimetría positiva. En la literatura, entre los modelos más utilizados para ajustarla se encuentra la regresión de Poisson. Sin embargo, esta variable se caracteriza también por presentar sobredispersión. Una alternativa de uso frecuente para su corrección es modelarla con una regresión Binomial Negativa. Ambos modelos son casos particulares de los Modelos Lineales Generalizados (MLG).

El objetivo de este trabajo es presentar una alternativa diferente para modelar las estancias hospitalarias inadecuadas en presencia de sobredispersión. Teniendo en cuenta la gran diversidad de factores intrínsecos que pueden presentar los pacientes internados, muchos de los cuales son difíciles de identificar, se propone un Modelo Lineal Generalizado Mixto (MLGM) incorporando a la variable paciente internado como efecto aleatorio. El estudio fue realizado a partir de un conjunto de datos de 115 pacientes con internaciones inadecuadas durante 2012 en un hospital público de Bahía Blanca. Las variables consideradas fueron: estancia hospitalaria prolongada, causa específica de internación inadecuada, servicio de internación, sexo, patología primaria, edad y cobertura médica.

Luego de evaluar y comparar la alternativa propuesta en este trabajo con los modelos de uso frecuente en la literatura, entre las conclusiones se destacan: 1) el MLG Binomial Negativa brinda un mejor ajuste frente a un MLG Poisson, en consonancia con la literatura, 2) el MLGM Poisson es el modelo de mejor ajuste a los datos del problema presentado, 3) en todos los modelos planteados, la variable servicio de internación es un factor determinante de las estancias hospitalarias inadecuadas.

Con el propósito de contribuir en este campo poco explorado, investigaciones futuras profundizarán el estudio de la modelización de las estancias hospitalarias inadecuadas. La utilidad de este tipo de análisis es generar información que permita a los gestores focalizar sus medidas de monitoreo en aquellos servicios que requieran minimizar los potenciales días de internación inadecuados.

## **Metodologías de análisis longitudinal para determinar los Perfiles de la Informalidad laboral en Gran Córdoba**

Maximiliano Luján Iglesias - María Inés Stimolo

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba

**Problema.** En la actualidad más de la mitad de la fuerza laboral en el mundo se encuentra atrapada en la economía informal que comprende las actividades económicas que, en la legislación o en la práctica, no recaen en el ámbito de mecanismos formales o son contempladas de manera insuficiente (OIT, 2015). Las condiciones de vulnerabilidad a las que son expuestos los trabajadores informales ha puesto de manifiesto la importancia del estudio y monitoreo de su evolución a través de tiempo. Sin embargo, una de las principales limitantes, para el correcto análisis desde un abordaje de la variabilidad temporal, es la escasez de información y herramientas disponibles. El presente trabajo tiene por objetivo el desarrollo de metodologías estadísticas que posibiliten incorporar la dimensión temporal como un factor clave para un análisis lo más completo posible de la dinámica y estructura de la problemática objeto de análisis, como así también, la relación entre sus múltiples factores y determinantes.

**Materiales.** Los datos corresponden al programa nacional Encuesta Permanente de Hogares (EPH) realizado en por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC) considerando el aglomerado Gran Córdoba entre los años 1993 y 1998.

**Metodologías. Pseudo Panel.** Una de las principales limitaciones para el análisis del mercado laboral consiste en que las bases de datos disponibles contienen observaciones de corte transversal correspondientes a unidades individuales (hogares e individuos), repetidas en el tiempo solamente durante un período específico. Por lo que, la metodología que se pretende trabajar, tiene como objetivo, superar esta limitación mediante la construcción de paneles “sintéticos”. Esto se logra, reemplazando las observaciones individuales del panel original con medias de subgrupos de la población, es decir, subgrupos de individuos de los que se puede identificar su aparición en repetidas encuestas transversales (Meng, Brennan, Purshouse and otros, 2014). Este enfoque nos posibilita el seguimiento de cohortes a lo largo del tiempo en secciones transversales repetidas, generando series de tiempo para las medias de los subgrupos que se pueden usar como si los datos del panel estuvieran disponibles permitiendo estudiar la evolución de mediciones realizadas sobre los individuos bajo técnicas de exploración longitudinal como “variables-trayectorias”. **Clustering Temporal.** Por su parte, las técnicas de clúster-longitudinal combinan similitudes de contenido y adyacencia temporal en una sola representación. Esto implica que deben utilizarse algoritmos de agrupamiento temporal que tengan en cuenta los vecinos temporales de los objetos para extraer conocimiento útil. El método de clustering que se utilizará es el enfoque KmL (“K-means Longitudinal”) de Genolini y Felissard (2017) que permite identificar, la evolución conjunta, de trayectorias homogéneas en las cohortes de trabajadores en el periodo analizado.

## Comparación de coeficientes de similitud para el análisis de marcadores moleculares

Antonio Francisco Garayalde

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina  
agarayalde@criba.edu.ar

Los marcadores moleculares son ampliamente utilizados para el estudio de las relaciones genéticas entre individuos, permitiendo caracterizar sectores específicos del ADN. El patrón de bandas obtenido con los marcadores moleculares dominantes es de característica binaria, codificándose como 1 y 0 a la presencia o ausencia de la banda, respectivamente. A partir de esta codificación se utilizan índices de similitud ( $S$ ), y para evaluar las diferencias entre pares de individuos se establecen índices de disimilitud definidos como  $1 - S$ . A partir de 54 marcadores obtenidos con un marcador molecular dominante en 100 individuos de girasol silvestre (Garayalde et al. 2011) se compararon las distancias obtenidas con Jaccard ( $J$ ; Jaccard 1901), Sorensen-Dice ( $SD$ ; Dice 1945; Sorensen 1948), Ochiai ( $O$ ; Ochiai 1957), Anderberg ( $A$ ; Anderberg 1973), Simple Matching ( $SM$ ; Sokal and Michener 1958), Rogers-Tanimoto ( $RT$ ; Rogers and Tanimoto 1960), Ochiai II ( $OII$ ; Ochiai 1957), Russel-Rao ( $RR$ ; Russel and Rao 1940) y la distancia genética de Huff ( $GD$ ; Huff et al. 1993). Las matrices de distancias fueron comparadas mediante el test de correlación de Mantel (Mantel 1967; Smouse et al. 1986), y las diferencias en las relaciones entre individuos mediante la comparación visual de los dendogramas generados. Además se realizó un dendograma basado en las correlaciones ( $1-r$ ) para observar las relaciones entre las distancias. Los análisis se realizaron usando Infostat (Di Rienzo et al. 2008) y GenAlEx6 (Genetic Analysis in Excel, Peakall and Smouse 2006; 2012).

Las mayores correlaciones se encontraron entre las distancias basadas en  $J$ ,  $SD$ ,  $O$ ,  $A$ ,  $SM$ ,  $RT$ ,  $O$  y  $GD$ . Las menores se observaron con las distancias basadas en  $OII$  y  $RR$ . Si



observamos el dendograma generado a partir de las correlaciones se encuentran 4 grupos: i) *J*, *SD*, *O* y *A*; ii) *GD*, *SM* y *RT*; iii) *OII* y iv) *RR*. Las correlaciones entre las distancias del grupo 1 resultaron muy altas (entre 0.987 y 0.998), así como también las del grupo 2 (entre 0.997 y 1.000). *OII* y *RR* presentaron la menor correlación ( $r=0.477$ ) y además mostraron las menores correlaciones con el resto de las distancias (entre 0.754 y 0.931). Los grupos obtenidos son similares a los obtenidos de trabajos que utilizaron otros marcadores moleculares dominantes en otras especies (Meyer et al. 2004, Duarte et al. 1999). Teniendo en cuenta el algoritmo de los coeficientes se puede observar que aquellos que no incluyen las dobles ausencias presentaron mayores correlaciones entre sí, mientras que mostraron menores correlaciones con las distancias basadas en coeficientes que incluyen las dobles ausencias. Dalirsefat et al. (2009) y Meyer et al. (2004) llegaron a la misma conclusión.

Es esperable una alta correlación entre las distancias obtenidas de los coeficientes que presentan relaciones funcionales no lineales entre sí. Los pares de coeficientes *A/J*, *J/SD*, *RT/SM* verifican  $y = x/(2-x)$ , donde  $y$  y  $x$  son el primer y segundo coeficiente de cada par. Además *GD* es igual a  $(1 - SM)$  multiplicada por el número de bandas consideradas ( $n$ ), de ahí que su correlación es de 1.

La falta de banda en marcadores moleculares podría deberse a diferentes mutaciones en el ADN especialmente en genotipos poco emparentados. En este trabajo la inclusión de las dobles ausencias generó algunos cambios en las relaciones obtenidas entre los individuos. Estos individuos pertenecen a poblaciones emparentadas por lo que la doble ausencia se debería principalmente al mismo motivo mutacional. Esto indica que en este caso se debería optar por la utilización de coeficientes que incluyan la doble ausencia en su algoritmo.

## Detección de textos similares a través de una técnica de agrupamiento basada en densidad

Mariano Maisonnave

Las técnicas de agrupamiento aplicadas a texto han sido ampliamente utilizadas para la tarea de detección y seguimiento de eventos [2]. En el presente trabajo se propone la aplicación de una técnica de agrupamiento basada en densidad (DBSCAN) [3] para la detección de noticias que hablan del mismo evento o tópico. Para realizar dicho análisis se recolectó el texto completo de los artículos periodísticos del portal de noticias The Guardian para el periodo de enero del 2013. A través de técnicas de preprocesamiento de texto, *stemmers* y la técnica clásica de pesaje de términos TF-IDF [1] se transformó el conjunto de noticias a una matriz de números reales  $\mathbb{X}_{n \times p}$ , donde cada fila de dicha matriz es un texto representado en forma vectorial, y cada variable se corresponde con un término presente en el dataset.

Sobre la matriz de datos se aplicaron diferentes técnicas de reducción dimensional para poder visualizar los textos en el plano. En particular se aplicaron las técnicas *Principal Component Analysis* (PCA), *Multidimensional Scaling* (MDS) y *t-distributed Stochastic Neighbor Embedding* (t-SNE) [4].

Finalmente para realizar un análisis de eventos y/o tópicos mencionados en los textos se aplica la técnica de agrupamiento antes mencionada sobre la matriz  $\mathbb{X}_{n \times p}$ . Bajo la hipótesis de que noticias que tratan el mismo evento utilizan una distribución similar de términos, se espera que las distintas agrupaciones estén conformadas por noticias que —en mayor o menor granularidad— estén hablando del mismo tópico/evento. Para evaluar esta hipótesis y las agrupaciones resultantes se presentan distintas visualizaciones del dataset (mapas de calor y proyecciones, entre otras).

## REFERENCIAS

- [1] Salton, G. and Buckley, C. (1988). Term-weighting approaches in automatic text retrieval. *Information processing and management*, 24(5):513-523.
- [2] Allan, J. (2012). *Topic detection and tracking: event-based information organization*, volume 12. Springer Science and Business Media.
- [3] Ester, M., Kriegel, H.-P., Sander, J., Xu, X., et al. (1996). A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise. In *Kdd*, volume 96, pages 226-231.
- [4] Maaten, L. v. d. and Hinton, G. (2008). Visualizing data using t-sne. *Journal of machine learning research*, 9(Nov):2579-2605.

## Avances en estrategias de experimentación secuencial para diseños $2^{k-p}$

Lucia N. Hernandez, Antonella N. Mazzeo, José A. Pagura

Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas de la Escuela de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y Estadística, Universidad Nacional de Rosario  
lucia.hernandez@fcecon.unr.edu.ar

Las ampliamente difundidas estrategias para la mejora de la calidad dan particular relevancia al empleo de diseños experimentales desde las etapas iniciales del diseño de productos y procesos. Esto ha constituido un gran impulso para la producción de avances metodológicos que atienden a las particularidades del área de aplicación. Los planes factoriales presentan grandes ventajas cuando se trata del estudio de la influencia de varios factores sobre una variable respuesta, que en este contexto es una característica de calidad, con el inconveniente de requerir un importante número de ensayos, aún en el caso en que se estudian los factores a dos niveles conocidos como diseños  $2^k$ .

Dado que estos diseños permiten el estudio de efectos que no son de interés, los experimentos factoriales fraccionarios  $2^{k-p}$ , que ensayan esa cantidad de tratamientos entre los definidos en un diseño  $2^k$  pueden resultar adecuados. Su aplicación trae aparejada pérdida de precisión, por tratarse de un menor número de pruebas y, mucho más importante, confusión de efectos que se vuelve crucial, a mayor grado de fraccionamiento. La resolución de un plan  $2^{k-p}$ , criterio usual para caracterizar estos diseños, indica el nivel de los efectos que se encuentran confundidos. Un diseño de resolución III, el menor nivel aceptable, confunde efectos principales con interacciones dobles.

En el contexto de una estrategia secuencial, se puede complementar una fracción de resolución III con otra, obteniendo un diseño de resolución mayor y por lo tanto, con efectos principales no confundidos con interacciones dobles. Esta técnica se denomina “plegado” o “foldover” y resulta sumamente útil ya que puede elegirse la fracción factorial a agregar de modo de separar la estimación de aquellos efectos de interés. Fácilmente pueden encontrarse las fracciones factoriales a ensayar y combinar sus resultados con los de la anterior. La opción tradicionalmente utilizada consiste en agregar la fracción que ensaya todos los factores en los niveles no empleados en la fracción inicial.

Además de la resolución de una fracción  $2^{k-p}$ , existe otro criterio menos utilizado que es el de “aberración”. El mismo refiere al número de efectos de orden bajo que están confundidos, es decir, en el caso de un diseño de resolución III, indica cuantos efectos principales se encuentran confundidos con interacciones dobles, cuantas interacciones dobles entre sí, cuantos efectos principales con interacciones triples, etc.

Al emplear la técnica de plegado, puede elegirse una fracción factorial que aumente la resolución del diseño combinado resultante; sin embargo la mejor fracción a elegir, será

aquella que aumentando la resolución logre obtener el menor número de efectos de orden bajo confundidos. La forma de obtener estas fracciones “óptimas” no es sencilla y con este fin Montgomery y Runger (1996), Li y Mee (2002) y Li y Lin (2003) han propuesto diferentes algoritmos.

Las investigaciones llevadas a cabo permiten afirmar que, para la mayoría de los diseños factoriales fraccionarios existen mejores diseños plegados que los planteados tradicionalmente. Más aún, se ha encontrado que comenzar con un diseño con la menor aberración no necesariamente conduce al mejor diseño combinado. Una mejor opción consiste en elegir el diseño inicial de modo que el combinado sea el óptimo.

## **Análisis de perfiles estratégicos para el aprendizaje de matemática en estudiantes universitarios mediante técnicas estadísticas y de minería de datos**

Sofía Funkner<sup>1</sup> - Laura Wagner<sup>1</sup> - Daiana Rolhaiser<sup>1</sup>  
Paula Dieser<sup>1</sup> - M. Cristina Martín<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa; <sup>2</sup>  
Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

A lo largo de las últimas dos décadas se observa un movimiento internacional que aboga por un desplazamiento de la educación centrada en la enseñanza hacia una enfocada en el aprendizaje, fijando como meta la formación de competencias. En este contexto, se demanda a las universidades la formación de estudiantes estratégicos, especialmente capacitados para aprender a aprender, y dotados de herramientas adecuadas para un aprendizaje a lo largo de la vida.

Paralelamente, numerosos estudios empíricos demuestran que el uso de estrategias de aprendizaje es predictivo del rendimiento y desempeño académicos en diversas áreas de contenidos, contextos, modalidades y niveles educativos. En particular, en lo que respecta al aprendizaje de temas de matemática en el nivel superior.

Pese a estas implicancias, en la comunidad universitaria existe un diagnóstico generalizado que evidencia la falta de preparación estratégica de los estudiantes que ingresan a estas instituciones. En consecuencia, resulta de interés analizar los perfiles estratégicos de tales estudiantes a fin de reconocer sus falencias formativas e iniciar acciones tendientes a la promoción y el fortalecimiento de estrategias eficaces para mejorar su desempeño académico.

A la luz de estas realidades, en este trabajo se describen los perfiles estratégicos de 112 estudiantes del grupo de asignaturas Cálculo I - Matemática I - Análisis Matemático I correspondientes al primer año de diversas carreras de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa. Los datos fueron recolectados a partir de la aplicación de un instrumento ampliamente utilizado (*Motivated Strategies for Learning Questionnaire* (MSLQ)) y adaptado a la población de interés. El instrumento se compone de 52 reactivos que conforman un total de nueve factores correspondientes a las diferentes estrategias evaluadas (repetición, elaboración, organización, pensamiento crítico, regulación metacognitiva, gestión del tiempo y del entorno de estudio, regulación del esfuerzo, aprendizaje con pares, y búsqueda de ayuda). La descripción e identificación de perfiles estratégicos se realizó mediante la aplicación de técnicas descriptivas univariadas, diferentes procedimientos que pueden agruparse bajo la denominación de análisis de *clusters* o conglomerados, así como un análisis correlacional entre las acciones estratégicas de los estudiantes.

En este trabajo se presentan, analizan, y discuten los resultados obtenidos y se dejan planteados los trabajos futuros tendientes al estudio de las relaciones existentes entre el empleo de las estrategias de aprendizaje y el rendimiento académico en una asignatura de matemática de ciclo inicial universitario caracterizada por una propuesta didáctica que destaca la importancia de la mediación de tecnologías digitales en los contextos educativos.

## **Función de pertenencia a través del uso de funciones de verosimilitud y estimadores robustos**

Aureliano A. Guerrero

CEMIM – Universidad Nacional de Mar del Plata

El píxel es una unidad espacial cuyas propiedades básicas, forma y localización, son dependientes del sensor y no del escenario. Comúnmente, el área representada por un píxel contiene más de una clase temática. El hecho de que un píxel posea varias clases hace que los datos no sean aptos para el uso de algunas técnicas de análisis convencional de la imagen. En consecuencia, el uso de enfoques tradicionales (un píxel, una clase) para clasificar imágenes de teledetección contendrá errores en el resultado final si hay presentes píxeles mixtos. Lamentablemente, el problema de píxeles mixtos no se puede eliminar mediante el uso de la fina resolución espacial ya que a menudo es conveniente dejar la mezcla de los elementos constructivos de una clase y por otra parte, en grandes áreas el uso de resolución espacial fina no es práctico. Todo esto hace que surja la necesidad de obtener técnicas adecuadas para analizar el grado de pertenencia de un píxel a una clase determinada. En particular en imágenes SAR se ha demostrado que la distribución  $\mathcal{G}_1^0$  puede ser considerada como el Modelo Universal para el retorno de la intensidad. Esta distribución tiene dos parámetros por lo general desconocidos relacionados a la textura y escala (brillo) de la señal. En base a estimaciones del parámetro de textura (bajo el supuesto de escala conocida) se hacen conclusiones y se toman decisiones respecto a si un píxel determinado pertenece a una clase temática u a otra, por lo cual es importante que esta estimación sea confiable para luego poder establecer el grado de pertenencia del píxel a alguna de las clases involucradas. En el presente trabajo estudiaremos las ventajas y desventajas de un método basado en robustez sobre alguno de los métodos clásicos en cuanto a la estimación de estos parámetros y comportamiento de dichos estimadores en una función que definiremos y llamaremos grado de pertenencia.

# Comunicaciones de Lógica

## Sobre una caracterización de las álgebras de semi-Heyting

José L. Castiglioni<sup>1</sup>, Federico Mallea<sup>2</sup>, Víctor Fernández<sup>2</sup>  
Hernán J. San Martín<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Exactas (UNLP) y Conicet

<sup>2</sup>Instituto de Ciencias Básicas (Área Matemática), UNSJ

Un retículo hemi-implicativo es un álgebra  $(A, \wedge, \vee, \rightarrow, 0, 1)$  de tipo  $(2, 2, 2, 0, 0)$  tal que  $(A, \wedge, \vee, 0, 1)$  es un retículo distributivo acotado y para toda  $a, b \in A$ ,  $a \rightarrow a = 1$  y  $a \wedge (a \rightarrow b) \leq b$ . [2]. Escribamos hIL para indicar la variedad cuyos elementos son los retículos hemi-implicativos.

Las álgebras de semi-Heyting, introducidas por Sankappanavar en [1] como una posible generalización de las álgebras de Heyting, forman una subvariedad propia, SH, de hIL.

En esta charla mostraremos que SH se puede caracterizar, alternativamente, como la mayor subvariedad de hIL para la cual el retículo de filtros y el retículo de congruencias de cada elemento son isomorfos.

### REFERENCIAS

- [1] Sankappanavar H.P, *Semi-Heyting algebras: an abstraction from Heyting algebras*. Actas del IX Congreso Dr. A.R. Monteiro, 33–66 (2008).
- [2] San Martín H.J., *On congruences in weak implicative semi-lattices*. Soft Computing 21 (12), 3167-3176 (2017).

## Sobre álgebras de semi-Nelson centradas

Juan Manuel Cornejo<sup>1</sup> - Hernán Javier San Martín<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Matemática (Universidad Nacional del Sur) – INMABB (CONICET) –

<sup>2</sup> Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas (UNLP) – CONICET.

jmcornejo@uns.edu.ar - hsanmartin@mate.unlp.edu.ar

En [2] los autores generalizan la construcción dada por Vakarelov en [5], donde se establece una relación entre las álgebras de Heyting y las álgebras de Nelson, en el contexto de las álgebras de semi-Heyting [4]. Para lograr este propósito introducen y estudian la variedad de álgebras de semi-Nelson.

En esta charla mostraremos que existe una equivalencia entre la categoría de álgebras de semi-Heyting y la categoría de álgebras de semi-Nelson centradas considerando dos construcciones posibles [1]. También presentaremos ciertas conexiones entre la categoría de álgebras de semi-Nelson centradas y algunos resultados obtenidos en [3].

## REFERENCIAS

- [1] Cornejo J.M. y San Martín H.J., *A categorical equivalence between semi-Heyting algebras and centered semi-Nelson algebras*. Logic Journal of the IGPL, vol. 26 (4), 408–428 (2018).
- [2] Cornejo J.M. y Viglizzo I., *Semi-Nelson Algebras*. Order, vol. 35 (1), 23–45 (2018).
- [3] Jansana R. y San Martín H.J., *On Kalman's functor for bounded hemi-implicative semilattices and hemi-implicative lattices*. Logic Journal of the IGPL, vol. 26 (3), 348–364 (2017).
- [4] Sankappanavar H.P., *Semi-Heyting algebras: an abstraction from Heyting algebras*. Actas del IX Congreso Dr. A.R. Monteiro, 33–66 (2008).
- [5] Vakarelov D., *Notes on  $\mathcal{N}$ -lattices and constructive logic with strong negation*. Studia Logica, vol. 36 (1-2), 109–125 (1977).

## Álgebras de semi Nelson dualmente hemimórficas

Juan Manuel Cornejo<sup>1</sup> - Hernán Javier San Martín<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Matemática (Universidad Nacional del Sur) – INMABB (CONICET)

<sup>2</sup> Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas (UNLP) – CONICET.  
jmcornejo@uns.edu.ar - hsanmartin@mate.unlp.edu.ar

En 2008 H.P. Sankappanavar introdujo y estudió a las álgebras de semi Heyting como una generalización de las álgebras de Heyting [3]. Más tarde, en 2011, definió a las *álgebras de semi Heyting dualmente hemimórficas* como una expansión de las álgebras de semi Heyting en términos de un hemimorfismo dual que generaliza la operación de De Morgan y el pseudocomplemento dual [4].

Las álgebras de Nelson fueron definidas por H. Rasiowa en [2]. Existe una relación cercana entre la variedad de las álgebras de Nelson y la variedad de las álgebras de Heyting, la cual fue estudiada por D. Vakarelov [6] y A. Sendlewski [5], entre otros. En [1] se extendió esta construcción en el contexto de las álgebras de semi Heyting y se obtuvo una nueva variedad cuyos miembros se denominaron *álgebras de semi Nelson*.

En esta charla contaremos cómo se puede extender la relación entre las álgebras de semi Heyting y las álgebras de semi Nelson en el marco de las álgebras de semi Heyting dualmente hemimórficas. Para tal fin introduciremos y estudiaremos la variedad de las *álgebras de semi Nelson dualmente hemimórficas*. En particular, probaremos que la categoría de las álgebras de semi Heyting dualmente hemimórficas es equivalente a la categoría de las álgebras de semi Nelson centradas dualmente hemimórficas. Finalmente estudiaremos el reticulado de congruencias de las álgebras de semi Nelson dualmente hemimórficas.

## REFERENCIAS

- [1] Cornejo J.M. and Viglizzo I., *Semi-Nelson Algebras*. Order 35, 1, 23–45 (2018).
- [2] Rasiowa H.,  *$\mathcal{N}$ -lattices and constructive logic with strong negation*. Fund. Math. 46, 61–80 (1958).
- [3] Sankappanavar H.P., *Semi-Heyting algebras: an abstraction from Heyting algebras*. Actas del IX Congreso Dr. A.R. Monteiro, 33–66 (2008).
- [4] Sankappanavar H.P., *Expansions of semi-Heyting algebras I: Discriminator varieties*. Studia Logica 98(1-2), 27–81, (2011).
- [5] Sendlewski A., *Nelson algebras through Heyting ones. I*. Studia Logica 49, 1, 105–126 (1990).
- [6] Vakarelov D., *Notes on  $\mathcal{N}$ -lattices and constructive logic with strong negation*. Studia Logica 36(1–2), 109–125 (1977).

## An algebraic study of tense operators on Nelson algebras

Aldo V. Figallo<sup>1</sup> - Gustavo Pelaitay<sup>2</sup> - Jonathan Sarmiento<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan - <sup>2</sup> Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan - <sup>3</sup> Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan

avfigallo@gmail.com - gpelaitay@gmail.com - jsarmiento33@gmail.com

Nelson algebras were defined by H. Rasiowa, [5] who also called them  $N$ -lattices. They are the algebraic semantics of the intuitionistic propositional calculus with strong negation introduced by D. Nelson [4]. There is close relationship between Nelson algebras and Heyting algebras, as it was investigated by D. Vakarelov [7] and A. Sendlewski [6], among others.

In this work, we introduced and study the variety of tense Nelson algebras. First, we give some examples and we prove some properties. Next, we show the relationship between IKt-algebras ( $[1, 2, 3]$ ) and tense Nelson algebras. Using it, we characterize the lattice of congruences of tense Nelson algebras through some of its deductive systems. Also we use this to find the subdirectly irreducible tense Nelson algebras and particularly the simple tense Nelson algebras. Finally, we extend the Vakarelov's construction for Nelson algebras to the case of tense Nelson algebras.

### REFERENCIAS

- [1] Figallo, A. V.; Pelaitay, G., *An algebraic axiomatization of the Ewald's intuitionistic tense logic*. Soft Comput. 18, (2014), no. 10, 1873–1883.
- [2] Figallo, Aldo V.; Pascual, Inés; Pelaitay, Gustavo. *Subdirectly irreducible IKt-algebras*. Studia Logica 105 (2017), no. 4, 673–701
- [3] Figallo, Aldo V.; Pascual, Inés; Pelaitay, Gustavo. *Principal and Boolean congruences on IKt-algebras*. Studia Logica 106 (2018), no. 4, 857–882.
- [4] Nelson, D.: *Constructible falsity*. J. Symbolic Logic 14, 16–26 (1949).
- [5] Rasiowa, H.: *N-lattices and constructive logic with strong negation*. Fund. Math. 46, 61–80 (1958).
- [6] Sendlewski, A.: *Nelson algebras through Heyting ones*. I. Studia Logica. 49(1), 105–126 (1990).
- [7] Vakarelov, D.: *Notes on N-lattices and constructive logic with strong negation*. Studia Logica. 36(1–2), 109–125 (1977).

## Extensiones de MTL-cadenas finitas

José L. Castiglioni<sup>1</sup> - William Zuluaga Botero<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Exactas (UNLP) y Conicet – <sup>2</sup>Facultad de Ciencia Exactas, Universidad del centro de la Provincia de Buenos Aires (Tandil)

Un semihoop prelineal es un álgebra  $(A, \wedge, \vee, \cdot, \rightarrow, 1)$  de tipo  $(2, 2, 2, 2, 0)$  que cumple que  $(A, \cdot, 1)$  es un monoide conmutativo,  $(A, \wedge, \vee, 1)$  es un retículo superiormente acotado y para todo  $a, b, c \in A$ , se cumplen:

$$a \cdot b \leq c \text{ si y sólo si } a \leq b \rightarrow c \text{ y} \\ (a \rightarrow b) \vee (b \rightarrow a) = 1.$$

Una MTL-álgebra es un semihoop prelineal acotado, y todo semihoop prelineal finito es una MTL-álgebra. En esta presentación, consideraremos la categoría algebraica de los semihoops prelineales  $pSH$ . Esta, es una categoría semiabeliana. Llamemos MTL-cadenas finitas a los objetos totalmente ordenados y finitos de  $pSH$ . Si  $F$  y  $M$  son dos MTL-cadenas

finitas, una extensión de  $F$  por  $M$  es una sucesión exacta corta en la categoría de semihoops prelineales.

En esta comunicación plantaremos el problema de la clasificación de las extensiones que se parten en la categoría de semihoops prelineales y mostraremos algunos casos particulares de extensiones, de fácil descripción. Vincularemos el problema con algunas construcciones bien conocidas en la teoría de álgebras MTL.

## The lattice of subvarieties of the variety $\mathcal{MG}$

P. Díaz Varela<sup>1</sup> - N. Lubomirsky<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática, UNS and INMABB (CONICET/UNS)

<sup>2</sup> CMaLP - Facultad de Ciencias Exactas, UNLP and CONICET

BL-algebras were introduced by Hájek (see [5]) to formalize fuzzy logics in which the conjunction is interpreted by continuous t-norms over the real interval  $[0, 1]$ . These algebras form a variety, usually called  $\mathcal{BL}$ . In this work we will concentrate in the subvariety  $\mathcal{MG} \subseteq \mathcal{BL}$  generated by the ordinal sum of the algebra  $[0, 1]_{\mathbf{MV}}$  and the Gödel hoop  $[0, 1]_{\mathbf{G}}$ , that is, generated by  $\mathbf{A} = [0, 1]_{\mathbf{MV}} \oplus [0, 1]_{\mathbf{G}}$ . Though it is well-known that  $[0, 1]_{\mathbf{G}}$  is decomposable as an infinite ordinal sum of two-elements Boolean algebra, the idea is to treat it as a whole block. The elements of this block are the dense elements of the generating chain and the elements in  $[0, 1]_{\mathbf{MV}}$  are usually called regular elements of  $\mathbf{A}$ . The main advantage of this approach, is that unlike the work done in [3] and [1], when the number  $n$  of generators of the free algebra increase the generating chain remains fixed. This provides a clear insight of the role of the two main blocks of the generating chain in the description of the functions in the free algebra: the role of the regular elements and the role of the dense elements.

We have a functional representation for the free algebra  $Free_{\mathcal{MG}}(n)$ . To define this functions we need to decompose the domain  $\mathbf{A}^n = ([0, 1]_{\mathbf{MV}} \oplus [0, 1]_{\mathbf{G}})^n$  in a finite number of pieces. In each piece a function  $F \in Free_{\mathcal{MG}}(n)$  coincides either with McNaughton functions or functions of  $Free_{\mathcal{G}}(n)$ .

Using [2] and [4] we give a description of the elements in the lattice of subvarieties of the variety  $\mathcal{MG}$  and the equational characterization of them.

### REFERENCIAS

- [1] S. Aguzzoli and S. Bova. The free  $n$ -generated BL-algebra, *Annals of Pure and Applied Logic*, 161: 1144 to 1170, 2010.
- [2] P. Agliano and F. Montagna. Varieties of BL-algebras I: general properties, *Journal of Pure and Applied Algebra*, 181: 105 to 129, 2003.
- [3] S. Bova. BL-functions and Free BL-algebra. PhD thesis. University of Siena.
- [4] A. Di Nola and A. Lettieri. Equational Characterization of All Varieties of MV-Algebras, *Journal of Algebra*, 2:463 to 474, 1999.
- [5] P. Hájek. *Metamathematics of Fuzzy Logic*, Kluwer, 1998.



## Algunos resultados sobre las álgebras producto monádicas

Cecilia Cimadamore

Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur (UNS),  
Bahía Blanca, Argentina.

La Lógica Modal  $S5(BL)$  fue introducida por Hájek en [1] como una extensión de la Lógica Básica y los modelos algebraicos de esta lógica modal, las BL-álgebras monádicas, fueron introducidos y estudiados en [2]. Una de las extensiones más importantes de la Lógica Básica de Hájek es la Lógica Producto, y su contrapartida algebraica la constituyen las álgebras producto [3]. En [2] definimos y comenzamos con el estudio de la subvariedad de las álgebras producto monádicas. La misma se corresponde naturalmente con la expansión monádica de la Lógica Producto.

En toda álgebra producto  $A$  podemos definir los operadores monádicos de Monteiro-Baaz [4], esto es, para toda  $a \in A$ :

$$\forall a = \Delta a = \begin{cases} 1 & \text{si } a = 1, \\ 0 & \text{si } a < 1, \end{cases} \quad \text{y} \quad \exists a = \nabla a = \begin{cases} 0 & \text{si } a = 0, \\ 1 & \text{si } a > 0. \end{cases}$$

En esta charla, estudiaremos la subvariedad de las álgebras producto monádicas donde los operadores son  $\Delta$  y  $\nabla$ . Expondremos propiedades interesantes de la misma y algunos resultados que nos permitirán estudiar su reticulado de subvariedades.

### REFERENCIAS

- [1] P. Hájek: On fuzzy modal logics  $S5(\mathcal{C})$ . *Fuzzy Sets and Systems*, **161** (2010).
- [2] D. Castaño, C. Cimadamore, J.P. Díaz Varela, L. Rueda: Monadic BL-algebras: the equivalent algebraic semantics of Hájek's monadic fuzzy logic. *Fuzzy Sets and Systems*, **320** (2017).
- [3] P. Hájek: *Metamathematics of fuzzy logic*, Trends in Logic - Studia Logica Library, 4. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998, viii+297 pp.
- [4] A. Monteiro: Sur les algèbres de Heyting symétriques, *Port. Math.* **39** (1-4) (1980) 1-239.

## Bases de Tarski y extensiones bien filtradas

Sergio A. Celani

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Dado un espacio topológico  $X$ , una base booleana es una base  $\mathcal{B}$  de  $X$  tal que es una subálgebra Booleana de  $\mathcal{P}(X)$ . Se puede probar que  $\mathcal{B} \subseteq \text{Clop}(X)$  (abiertos y cerrados de  $X$ ). Si  $X$  es además compacto, entonces  $\mathcal{B} = \text{Clop}(X)$ . A *representación booleana de un álgebra de Boole*  $A$  es un par donde  $(\mathcal{B}, \lambda)$  where  $\mathcal{B}$  es una base booleana de un espacio topológico  $X$  y  $\lambda : A \rightarrow \mathcal{B}$  es un isomorfismo booleano. Como fue demostrado por Bauer [1] y [4]), el conjunto de representaciones Booleanas de un álgebra de Boole  $A$  están en correspondencia biyectiva subespacios densos del espacio de Stone de  $A$ .

El primer objetivo de este artículo es generalizar las ideas anteriores. Motivados por la representación topológica para las álgebras de Tarski dada en [3], vamos a introducir las nociones de *base de Tarski* y *representación de Tarski*. Probaremos que dada un álgebra de Tarski  $A$  y  $\langle X, \tau_X \rangle$  su espacio de Tarski asociado, existe una correspondencia inyectiva entre representaciones de Tarski (no equivalentes) y subconjuntos densos del espacio de Tarski  $\langle X, \tau_X \rangle$ . De este resultado se puede deducir que si  $\langle Y, \mathcal{L} \rangle$  es el espacio de Tarski asociado con una representación de Tarski  $(D_{\mathcal{L}}(Y), \lambda)$  de un álgebra de Tarski  $A$ , satisfaciendo la condición adicional

**(W-Fil)** Para cada conjunto cerrado  $Z$  de  $\langle Y, \mathcal{L} \rangle$ , y para cada familia directa  $\{U_i : i \in I\}$  of  $\mathcal{L}$  tal que  $Z \cap U_i \neq \emptyset$ , para cualquier  $i \in I$ , entonces  $F \cap \bigcap \{U_i : i \in I\} \neq \emptyset$ , entonces los espacios  $\langle Y, \mathcal{L} \rangle$  and  $\langle X, \tau_{\mathcal{X}} \rangle$  son homeomorfos.

Esto corresponde a una generalización del resultado que afirma si  $A$  es un álgebra de Boole y  $(D_{\mathcal{L}}(Y), \lambda)$  es una representación reducida tal que  $\langle Y, \mathcal{L} \rangle$  es compacto, entonces  $(D_{\mathcal{L}}(Y), \lambda)$  es una representación perfecta de  $A$  (ver [4] Theorem 11.1).

En [4, Theorem 13.1] Dwinger (ver también [5]) se demostró que el conjunto ordenado de todas las compactificaciones  $T_2$  y cero-dimensionales de un espacio topológico  $X$  es isomorfo al conjunto ordenado de todas las bases Booleanas de  $X$ . No es difícil demostrar que un espacio topológico  $X$  que es  $T_2$  y con una base de abiertos y cerrados (cero dimensional) es compacto si sólo si satisface la condición **(W-Fil)**. Esto motiva definir una noción de extensión bien filtrada de Tarski. El segundo objetivo de esta charla es estudiar esta noción y su relación con las bases de Tarski.

#### REFERENCIAS

- [1] Bauer, H.: Darstellung additiver Funktionen auf Booleschen Algebren als Mengenfunktionen. Arch. Math. 6, 215–222 (1955)
- [2] Celani S. A.: Modal Tarski algebras. Reports on Math. Logic, No. 39 (2005), pp.113-126.
- [3] Celani S. A. and Cabrer L. M.: Topological duality for Tarski algebras. Algebra Universalis, Vol. 58, No 1 (2008) pp. 73-94.
- [4] Dwinger, Ph.: Introduction to Boolean algebras. Hamburger Mathematische Einzelschriften, Heft 40, Physica-Verlag, Würzburg (1961)
- [5] Magill, K. D. Jr., Glasenapp, J. A.: 0-dimensional compactifications and Boolean rings. J. Aust. Math. Soc. 8, (1968), 755–765.

## Orden sobre las $\Delta_1$ -compleciones de un poset

Luciano J. González

Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Es bien sabido que el conjunto de todas las compleciones superiores de un poset (compleciones para las cuales cada elemento es supremo de elementos del poset original) es, bajo un orden parcial natural, un retículo completo. Además, también es un hecho conocido que las compleciones superiores de un poset  $P$  están en correspondencia biunívoca con el sistema clausura de todos los sistemas clausuras estándar (incluye los conjuntos decrecientes principales) de conjuntos decrecientes de  $P$  ([2, 1]).

Una  $\Delta_1$ -compleción de un poset  $P$  es una compleción para la cual cada elemento es tanto un supremo de ínfimos como un ínfimo de supremos a partir de elementos del poset original (ver [3]). En particular, las  $\Delta_1$ -compleciones incluyen todas las compleciones superiores (y las inferiores). En [3] se establece una correspondencia biunívoca entre las  $\Delta_1$ -compleciones de un poset y el conjunto de ciertas polaridades  $\langle K, O, R \rangle$ , las cuales las llamaremos *GJP-polaridades*<sup>1</sup>.

El objetivo principal en esta presentación será definir un orden parcial sobre el conjunto de todas las  $\Delta_1$ -compleciones de un poset de tal forma que extienda al orden parcial definido sobre las compleciones superiores (y las compleciones inferiores). Luego obtendremos un

<sup>1</sup>“GJP” significa Gehrke, Jansana y Palmigiano

caracterización de este orden parcial en términos de las GJP-polaridades. Finalmente, probaremos que el conjunto de todas las  $\Delta_1$ -compleciones compactas es un retículo completo.

#### REFERENCIAS

- [1] M. Erné. Closure. In *Beyond Topology*, volume 486 of *Contemporary Mathematics*, pages 163–238. Amer. Math. Soc., 2009.
- [2] M. Erné and G. Wilke. Standard completions for quasiordered sets. *Semigroup Forum*, 27:351–376, 1983.
- [3] M. Gehrke, R. Jansana, and A. Palmigiano.  $\Delta_1$ -completions of a poset. *Order*, 30(1):39–64, 2013.

## Operadores cuasi-modales sobre DN-álgebras

Ismael Calomino<sup>1</sup> – Sergio A. Celani<sup>1</sup> – Luciano J. González<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires - <sup>2</sup> Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa

Una *N-álgebra* es un supremo-semirretículo con último elemento, donde cada filtro principal es un retículo acotado. Dichas estructuras fueron estudiadas por diferentes autores en [4, 6, 3]. Una clase particular de *N-álgebra*, es la clase de las *DN-álgebras*, es decir, supremo-semirretículos con último elemento, donde cada filtro principal es un retículo distributivo acotado. Así, las *DN-álgebras* son una generalización tanto de los retículos distributivos acotados como de las álgebras de implicación ([1]). Recientemente en [5], las *DN-álgebras* fueron estudiadas desde el punto de vista de la lógica algebraica: una lógica sentencial fue definida de manera tal que su contrapartida algebraica es la clase de las *DN-álgebras*.

Por otro lado, existe una fuerte conexión entre *N-álgebras* y sus filtros. Para ser más preciso, en [4] los autores prueban que una *N-álgebra* es una *DN-álgebra* si y sólo si el retículo de sus filtros finitamente generados es distributivo. Motivados por este hecho, nos preguntamos qué operadores en una *DN-álgebra* se corresponden a los operadores modales en el retículo distributivo de sus filtros finitamente generados. Así, introducimos los operadores *cuasi-modales* en la clase de las *DN-álgebras*, lo cual resultan ser una generalización de los operadores modales necesidad dados en [2]. El objetivo de esta comunicación es presentar y estudiar a los operadores cuasi-modales sobre *DN-álgebras*. También definimos la noción de congruencia cuasi-modal en *DN-álgebras* cuasi-modales y damos un teorema de representación.

#### REFERENCIAS

- [1] Abbott, J.: *Semi-boolean algebra*. Math. Vestnik **19** (1967), 177–198.
- [2] Celani, S.; Calomino, I.: *Distributive nearlattices with a necessity modal operator*. Math. Slovaca **69** (2019), 35–52.
- [3] Chajda, I.; Halaš, R.; Kühr, J.: *Semilattice Structures*. Heldermann Verlag, Research and Exposition in Mathematics (2007).
- [4] Cornish, W.; Hickman, R.: *Weakly distributive semilattices*. Acta Math. Acad. Sci. Hungar. **32** (1978), 5–16.
- [5] González, L. J.: *The logic of distributive nearlattices*. Soft Comput. **22** (2018), 2797–2807.
- [6] Hickman, R.: *Join algebras*. Commun. Algebra **8** (1980), 1653–1685.

# Comunicaciones de Matemática Aplicada

## Redes neuronales competitivas con inputs dependientes del tiempo

Andrea Bel<sup>1</sup>, Romina Cobiaga<sup>2</sup>, Walter Reartes<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur. CONICET, Argentina; <sup>2</sup> Departamento de Matemática. Universidad Nacional del Sur

Las redes neuronales con funciones de transferencia lineal a trozos son muy utilizadas para describir interacciones recurrentes entre neuronas y han sido aplicadas, por ejemplo, en el estudio de redes de neuronas corticales [1], y en el estudio de la codificación y recuperación de patrones de memoria [2]. La dinámica de la red se describe por medio de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas, donde cada una de las variables representa el nivel de actividad de la neurona correspondiente. La función de conexión es una función lineal a trozos, que varía linealmente para valores del input mayores a cero y se anula en caso contrario. A pesar de que el modelo es matemáticamente simple, la dinámica que se observa en el mismo es muy variada. Dependiendo de la topología de la red es posible observar, por ejemplo, multiestabilidad, soluciones periódicas y cuasi-periódicas [3, 4].

En esta charla consideramos redes neuronales como las descritas anteriormente que además son competitivas, esto es, donde todas las conexiones entre neuronas son inhibitorias. Estudiamos en particular redes con topología de tipo anillo. Las redes así definidas presentan soluciones periódicas estables cuya frecuencia y amplitud puede modificarse si variamos las constantes de conexión. Analizamos la robustez de los ciclos hallados cuando agregamos un input dependiente del tiempo (sinusoidal o de onda cuadrada) a una de las neuronas de la red [5].

### REFERENCIAS

- [1] H. J. Tang, K. C. Tan, and Weinian Zhang. Analysis of cyclic dynamics for networks of linear threshold neurons. *Neural Comput.*, 17(1):97–114, January 2005.
- [2] C. Curto and A. Degeratu and V. Itskov. Flexible memory networks. *Bull Math Biol.*, 74:590–614, 2012.
- [3] R. H. R. Hahnloser, H. S. Seung, and J. J. Slotine. Permitted and forbidden sets in symmetric threshold-linear networks. *Neural Computation*, 15(3):621–638, 2003.
- [4] K. Morrison, A. Degeratu, V. Itskov, and C. Curto. Diversity of emergent dynamics in competitive threshold-linear networks: a preliminary report. *arXiv*, 12 pp, 2016.
- [5] S. Coombes, R. Thul, K.C.A. Wedgwood. *Nonsmooth dynamics in spiking neuron models*. *Physica D*, 241:2042–2057, 2012.

## Modelos de variedades semi-riemannianas con curvatura variable

Ulises Chialva - Walter Reartes

Universidad Nacional del Sur - Departamento de Matemática

uchialva@gmail.com - reartes@uns.edu.ar

Motivados por expandir la definición de la *master stability function* (MSF) [4, 5] a redes de osciladores con dinámica discontinua, introducimos las redes *híbridas* como un tipo particular de red recurrente. En este nuevo tipo de red los nodos se encuentran sometidos a un *reset* que depende de la actividad global del sistema, obteniéndose así una red con dinámica lineal a trozos y discontinua [1], cuya solución de sincronía presenta la particularidad de no serlo del oscilador aislado. Estudiamos la estabilidad de dicha solución, y logramos definir la MSF para este nuevo tipo de red. Finalmente aplicamos estos desarrollos a una red híbrida de osciladores lineales cuyo estado de sincronía es un oscilador caótico de Nakano-Saito [3], y mediante el formalismo de la *saltation matrix* [1, 2] evaluamos su MSF.

### REFERENCIAS

- [1] M. di Bernardo, C. J. Budd, A. R. Champneys, and P. Kowalczyk. *Piecewise-smooth Dynamical Systems. Theory and Applications*. Springer-Verlag, New York, 2008.
- [2] P.C. Müller. Calculation of Lyapunov exponents for dynamic systems with discontinuities. *Chaos, Solitons & Fractals*, 5(9):1671–1681, 1995.
- [3] H. Nakano and T. Saito. Basic dynamics from a pulse-coupled network of autonomous integrate-and-fire chaotic circuits. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 13(1):92–100, 2002.
- [4] L. Pecora and T. Carroll. Master stability functions for synchronized coupled systems. *Physical review letters*, 80(10):2109, 1998.
- [5] L. Pecora, T. Carroll, G. Johnson, D. Mar, and K.S. Fink. Synchronization stability in coupled oscillator arrays: Solution for arbitrary configurations. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 10(02):273–290, 2000.

## Stability of equilibrium and bifurcation analysis in delay differential equations

Griselda R. Itovich<sup>1</sup> - Franco S. Gentile<sup>2,4</sup> - Jorge L. Moiola<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Escuela de Producción, Tecnología y Medio Ambiente, Sede Alto Valle y Valle Medio, Universidad Nacional de Río Negro

<sup>2</sup>Dpto. de Matemática, Universidad Nacional del Sur

<sup>3</sup>Dpto. de Ingeniería Eléctrica y Computadoras, Universidad Nacional del Sur

<sup>4</sup>Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica, IIIIE (UNS–CONICET)

When delay differential equations are considered, the determination of the stability of an equilibrium is connected with the location of the roots of an exponential polynomial. Applying some results of Pontryagin (1955), Danskin, Bellman and Cooke (1954, 1963), some theorems have been set. They give necessary and sufficient conditions to guarantee the asymptotic stability of the equilibrium points.

The models are written as retarded and neutral delay differential equations. So, these results, expressed as inequalities in terms of the involved parameters, allow to find areas of stability as well as its frontiers: the Hopf bifurcation curves. These results together with those coming from the frequency domain methodology (Moiola and Chen, 1996), this last to study limit cycles and its bifurcations, complete the description of the dynamic behavior.

## REFERENCIAS

- [1] Bellman, R. and Cooke, K. (1963) *Differential-Difference Equations*, Academic Press, New York.
- [2] Bellman, R. and Danskin, J. Jr. (1954) *A Survey of the Mathematical Theory of Time-Lag, Retarded Control and Hereditary Processes*, Report 256, The Rand Corporation, California.
- [3] Moinola, J. L. and Chen, G. (1996) *Hopf Bifurcation Analysis - A Frequency Domain Approach*, World Scientific, Singapore.
- [4] Pontryagin, L. S. (1955) "On the zeros of some elementary transcendental functions", *American Mathematical Society Tanslations* 2(1), 95–110.